

**Com – Partida de Matemática del Uruguay**  
**Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas**  
**Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI**

---

**XXXI Olimpiada Nacional de Matemática – 2016**  
**1ª Instancia - Nivel V**

Tiempo máximo: 2 horas  
No se puede usar calculadora  
No se pueden consultar libros ni apuntes

Junio de 2016

**PROBLEMA 1**

$ABCD$  es un cuadrado.

El vértice  $B$  es el circuncentro de un triángulo  $XYZ$ ; el vértice  $A$  es el ortocentro de dicho triángulo. Los vértices  $Y$  y  $Z$  del triángulo  $XYZ$  pertenecen a la recta  $DC$ .

Explica cómo se puede construir con regla y compás el triángulo  $XYZ$ , a partir del cuadrado  $ABCD$ .

**PROBLEMA 2**

Un número se dice *balanceado* si en su expresión binaria (en base 2) hay la misma cantidad de unos que de ceros.

Determina cuántos números balanceados hay entre 1 y 2016.

**PROBLEMA 3**

De un polinomio  $p(x)$  de grado 5 se sabe que:

- todos sus coeficientes son enteros
- $0, 1, -1$  son raíces
- el coeficiente de  $x^5$  es 1
- $p(3) = 240$
- $p(2) = 30$

Halla el polinomio  $p(x)$ .

**PROBLEMA 4**

Sea  $S = 0 + 1^2 + 2^3 + 3^4 + \dots + 2015^{2016}$ .

Calcula el resto de dividir  $S$  entre 8.

**JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS**

---

Próximamente haremos seminarios, infórmate en nuestra web.  
¡También puedes unirte a nuestro grupo de Facebook!