

XXXIII Olimpiada Nacional de Matemática
1^a Instancia - Nivel V - Junio de 2018

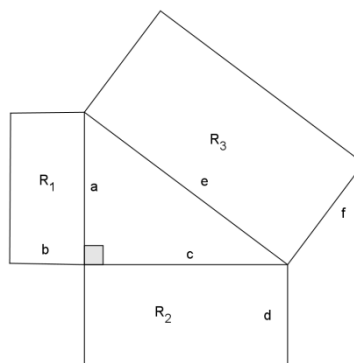
Tiempo máximo: 2 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

Problema 1

Supongamos que el número 7^{2018} está escrito en una pizarra con todas sus cifras. Entonces, se borra la primera cifra (a la izquierda) y se la suma al número que quedó. Este proceso se repite hasta obtener un número N de diez cifras. Prueba que el número N no puede tener todas sus cifras diferentes.

Problema 2

En la figura se muestra un triángulo rectángulo, sobre cada uno de cuyos lados, hacia afuera, se construyen los rectángulos R_1 , R_2 , R_3 semejantes. Se indican en la figura las longitudes de los lados del triángulo y de los rectángulos. Demuestra que: $b^2 + d^2 = f^2$.



Problema 3

Sobre una mesa hay un montón con 2019 fichas. Los movimientos permitidos consisten en retirar una cantidad de fichas que sea una potencia de 2: 1, 2, 4, 8, 16, 32, A y B juegan alternadamente de ese modo. Comienza A. Gana quien deja la mesa vacía. ¿Cuál de los dos jugadores tiene estrategia ganadora?

Problema 4

Demuestra que el producto de cuatro enteros positivos consecutivos no puede ser el cuadrado de un número entero.

JUSTIFICA TODAS TUS RESPUESTAS