

Com – Partida de Matemática del Uruguay
Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas
Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI

XXXI Olimpiada Nacional de Matemática – 2016
Instancia Final
Nivel IV

Tiempo máximo: 4 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

Montevideo, 16 de Octubre de 2016.-

PROBLEMA 1

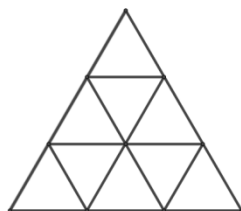
Llamaremos *interesante* a un número entero positivo tal que la suma de sus dígitos es un número primo. Determinar cuál es la mayor cantidad de números interesantes que puede haber en 5 números enteros consecutivos.

PROBLEMA 2

Consideramos los números naturales n de tres cifras, todas ellas distintas de cero. Diremos que un número n es *bueno* si el número $n+1$ es múltiplo del número de dos cifras que se obtiene al suprimirle a n la cifra de las centenas (por ejemplo, 123 no es bueno porque 124 no es múltiplo de 23). Hallar todos los números buenos.

PROBLEMA 3

Un triángulo equilátero de lado 3 está dividido en 9 casillas triangulares como se muestra en la figura.



Inicialmente, todas las casillas contienen el número 0.

Un movimiento válido es elegir dos casillas que compartan un lado y aumentar en 1 el valor escrito en cada una de esas casillas; el otro movimiento válido es elegir dos casillas que compartan un lado y disminuir en 1 el valor escrito en cada una de esas casillas.

Determinar todos los enteros positivos n tales que, luego de efectuar varios movimientos válidos, se obtienen en las casillas nueve números consecutivos $n, n + 1, n + 2, \dots, n + 8$.

PROBLEMA 4

En un pizarrón se había dibujado un cuadrilátero $ABCD$, en el cual estaban marcados los puntos P, Q, R y S en los lados AB, BC, CD y DA respectivamente, tales que $\frac{AP}{PB} = \frac{BQ}{QC} = \frac{CR}{RD} = \frac{DS}{SA} = \frac{1}{2}$

Un estudiante borró toda la figura, excepto los cuatro puntos P, Q, R y S .

Describir un procedimiento que permita reconstruir el cuadrilátero $ABCD$.

JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS