

Com – Partida de Matemática del Uruguay
Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas
Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI

XXXI Olimpiada Nacional de Matemática – 2016
Instancia Final
Nivel III

Tiempo máximo: 4 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

Montevideo, 16 de Octubre de 2016.-

PROBLEMA 1

Pablo sumó todos los números enteros positivos de 4 cifras, pero se saltó uno. La suma que obtuvo Pablo es igual a 8499 veces el número que se saltó. Hallar el número que se saltó Pablo.

Nota: $abcd$ es un número de 4 cifras si la cifra a es diferente de 0.

PROBLEMA 2

$ABCD$ es un trapecio isósceles en el cual $AD = BC = 5$, $AB = 4$ y $DC = 10$.

F es un punto de la recta CD tal que el triángulo DFE es rectángulo en F y el punto B es el punto medio del segmento DE .

Calcular la longitud del segmento CF .

PROBLEMA 3

Consideramos todos los números naturales de cuatro cifras, que tienen el dígito 2 en el lugar de las decenas. ¿Cuántos de esos números tienen resto 5 en la división entre 12?

Nota: $abcd$ es un número de 4 cifras si la cifra a es diferente de 0.

PROBLEMA 4

Lucas marca sobre una recta una cierta cantidad de puntos, de manera tal que la distancia entre dos puntos consecutivos sea siempre 1cm.

Emiliano pinta todos los puntos marcados por Lucas, algunos de rojo y los restantes de azul, a su elección.

Si hay tres puntos A , B y C pintados del mismo color tales que la distancia entre A y B es igual a la distancia entre B y C , gana Lucas; en caso contrario, gana Emiliano.

Determinar cuál es el menor número de puntos que debe marcar Lucas para asegurarse la victoria.

Demostrar que con ese número Lucas siempre gana y que con un número menor puede ganar Emiliano.

JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS