

**Com – Partida de Matemática del Uruguay**  
**Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas**  
**Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI**

---

**Final XXXII Olimpiada Nacional de Matemática – 2017**  
**Nivel V**

Tiempo máximo: 4 horas  
No se puede usar calculadora  
No se pueden consultar libros ni apuntes

Maldonado, 29 de Octubre de 2017

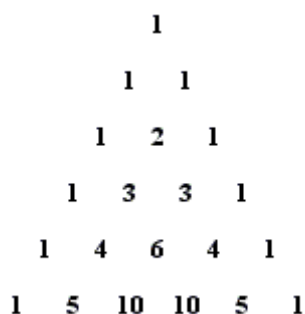
**PROBLEMA 1**

Calcula el valor de la expresión:

$$\sum_{k=2}^{2017} \frac{1}{\log_k(2017!)}$$

**PROBLEMA 2**

En la figura vemos el Triángulo de Pascal escrito hasta el piso correspondiente a 5:



.....

Considera el Triángulo de Pascal escrito hasta el piso correspondiente a 2047.  
Determina la cantidad de números impares que habrá escritos.

**PROBLEMA 3**

Sean:  $I$  el incentro del triángulo acutángulo  $ABC$ ; y  $\Gamma_C$  la circunferencia exinscrita opuesta al ángulo  $\angle BCA$  del triángulo.

Si  $\Gamma_C$  es tangente al lado  $AB$  en el punto  $D$  y la recta  $DI$  interseca a  $\Gamma_C$  en un segundo punto  $S$ , demuestra que el cuadrilátero  $PASB$  es cíclico, siendo  $P$  el punto medio del segmento  $DI$ .

**PROBLEMA 4**

Para cada número natural  $n \geq 2$  se definen  $a_n$ , como el mayor número primo menor o igual que  $n$ , y  $b_n$ , como el menor número primo mayor que  $n$ .

Por ejemplo:  $a_2 = 2$  y  $b_2 = 3$ ; otro ejemplo:  $a_{20} = 19$  y  $b_{20} = 23$

Calcula la suma:

$$S = \frac{1}{a_2 b_2} + \frac{1}{a_3 b_3} + \frac{1}{a_4 b_4} + \dots + \frac{1}{a_{2016} b_{2016}}$$

**JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS**

---

Próximamente haremos seminarios, infórmate en nuestra web.  
¡También puedes unirte a nuestro grupo de Facebook!