

Com – Partida de Matemática del Uruguay
Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas
Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI

Final XXXII Olimpiada Nacional de Matemática – 2017
Nivel IV

Tiempo máximo: 4 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

Maldonado, 29 de Octubre de 2017

PROBLEMA 1

Sean A y B dos puntos distantes 5 cm entre sí.
La circunferencia \mathcal{C}_A de centro A y radio 3 cm interseca a la circunferencia \mathcal{C}_B de centro B y radio 4 cm en dos puntos; sea O uno de ellos.
Una circunferencia de centro O interseca a \mathcal{C}_A en dos puntos P_1 y P_2 , y a \mathcal{C}_B en otros dos puntos Q_1 y Q_2 .
Demuestra que las rectas P_1P_2 y Q_1Q_2 son perpendiculares entre sí.

PROBLEMA 2

¿Para cuántos números naturales n , no mayores que 2017, la fracción $\frac{2n+3}{n+7}$ es reducible?

PROBLEMA 3

Un triángulo equilátero y un cuadrado se inscriben en una circunferencia de perímetro 1, de manera que ningún vértice del triángulo coincide con un vértice del cuadrado.
Los vértices dividen a la circunferencia en 7 arcos.
Demuestra que alguno de estos arcos tiene longitud menor o igual a $\frac{1}{24}$.

PROBLEMA 4

Halla una expresión fraccionaria de la forma $\frac{m}{n}$ asociada a $1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{\dots + \frac{2}{1 + \frac{2}{1}}}}$, donde hay 2017 números 2.

JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS

Próximamente haremos seminarios, infórmate en nuestra web.
¡También puedes unirte a nuestro grupo de Facebook!