

**Com – Partida de Matemática del Uruguay**  
**Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas**  
**Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI**

---

**Instancia Final XXX Olimpiada Nacional de Matemática – 2015**  
**Nivel III**

Tiempo máximo: 4 horas  
No se puede usar calculadora  
No se pueden consultar libros ni apuntes

25 de octubre de 2015

**PROBLEMA 1**

Un arqueólogo ha descubierto que una antigua civilización usaba 5 símbolos para representar los números:  $\theta$ ,  $\otimes$ ,  $\oplus$ ,  $\approx$ ,  $\Delta$ . Estos símbolos corresponden en algún orden a los dígitos 0, 1, 2, 3 y 4. De este modo, cuando escribían  $\otimes \oplus \Delta$  representaban un número en base 5:  $\otimes \oplus \Delta = \otimes \times 5^2 + \oplus \times 5 + \Delta$

El arqueólogo sabe que los siguientes tres números son consecutivos, ordenados de menor a mayor:  $\theta \oplus \otimes \approx$ ,  $\theta \oplus \otimes \Delta$ ,  $\theta \oplus \theta \oplus$ .

Halla el valor numérico de cada símbolo y cuáles son los tres números consecutivos.

**PROBLEMA 2**

Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo en  $C$ .

Sean los puntos  $K, L, M$  en los lados  $CA, AB$  y  $BC$  respectivamente, tales que el ángulo  $MLK$  es recto y  $KC = KL$ . Prueba que las bisectrices de los ángulos  $\angle AKL$  y  $\angle LMB$  son paralelas.

**PROBLEMA 3**

Pedro escribió en el pizarrón una lista de cinco números. Luego, hizo las diez sumas posibles, cada una con dos sumandos tomados de su lista. Finalmente borró la lista original y dejó las diez sumas.

Cuando llegó Ana, Pedro le solicitó que reconstruyera su lista de cinco números a partir de las sumas. Esas sumas eran  $-5, -1, -8, -2, 4, -3, 3, 1, 7$  y  $0$ .

¿Puedes reconstruir la lista de Pedro?

**PROBLEMA 4**

Un entero positivo es llamado *cuatrero* si cumple las siguientes condiciones:

- Los dígitos del número pueden ser únicamente 1, 2, 3 o 4.
- Cualesquiera tres dígitos ubicados en posiciones seguidas son distintos entre sí.

Por ejemplo, 12314 y 23412 son cuatros.

¿Cuántos números cuatros de cinco dígitos (incluyendo a los del ejemplo) hay en total?

**JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS**

---

Próximamente haremos seminarios, infórmate en nuestra web.  
¡También puedes unirte a nuestro grupo de Facebook!