XXXV Olimpíada Nacional de Matemática – 2020
Instancia Final - Nivel V

Tiempo máximo: 2 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

15 de noviembre de 2020.-

Problema 1

Una sucesión aritmética creciente con infinitos términos se determina de la siguiente manera:

- se lanza un dado y el número que aparece se toma como primer término;
- se lanza nuevamente el dado y el número que aparece se toma como la diferencia entre cada par de términos consecutivos.

Determina cuántas de las 36 sucesiones que es posible formar de esta manera contienen al menos un cuadrado perfecto.

Problema 2

Calcula la suma: $2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 3 + \cdots + 2020 \times 2019$.

Problema 3

Sea H el ortocentro de un triángulo ABC.
Demuestra que las rectas de Euler de los triángulos AHB, BHC y CHA pasan por un mismo punto.

Nota: La recta de Euler de un triángulo es la recta que pasa por su ortocentro y por su circuncentro.

JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS