

Com – Partida de Matemática del Uruguay
Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas
Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI

1ª Instancia XXX Olimpiada Nacional de Matemática – 2015
Nivel IV

Tiempo máximo: 2 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

Junio de 2015

PROBLEMA 1

En un barco pirata hay un cofre con monedas de oro.
Cinco de los piratas reciben su parte con el siguiente procedimiento:
primero, Abel recibe $\frac{1}{8}$ del total;
luego, Beto recibe $\frac{1}{6}$ de lo que queda en el cofre,
más tarde, Carlos recibe $\frac{1}{7}$ de lo que quedaba después de que les dieran sus monedas a los dos primeros;
a continuación, Dany recibe $\frac{1}{5}$ de lo que queda;
finalmente a Eze le dan $\frac{1}{4}$ de lo que resta.

Hay tres piratas que recibieron igual cantidad de monedas. ¿Cuáles son?

PROBLEMA 2

Se escriben los números enteros positivos desde 1 hasta 1000, uno a continuación del otro, sin espacios intermedios.

123456789101112...9989991000

Queda así una larga secuencia de dígitos (el primero es 1 y el último es 0).
Determina cuántos dígitos se escribieron antes de escribir por primera vez tres 9 seguidos.

PROBLEMA 3

Comenzando con el conjunto $\{3, 4, 12\}$ se hace la siguiente transformación:
se tachan dos números a y b y en sus lugares se escriben $0,6 \cdot a - 0,8 \cdot b$ y $0,8 \cdot a + 0,6 \cdot b$
Aplicando reiteradamente esta transformación, ¿es posible obtener el conjunto $\{4, 6, 12\}$?

PROBLEMA 4

ABC es un triángulo rectángulo en A .
 I es el centro de la circunferencia \mathcal{C} inscrita en el triángulo.
 F , D y E son los respectivos puntos de contacto de la circunferencia \mathcal{C} con los lados AB , BC y CA .
 K es el punto de intersección de las rectas BI y ED .
 J es el punto de intersección de las rectas CI y DF .
Demuestra que el cuadrilátero $EFJK$ es inscriptible.

JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS

Próximamente haremos seminarios, infórmate en nuestra web.
¡También puedes unirte a nuestro grupo de Facebook!

com-partidauruguay.weebly.com