



Olimpiada Nacional de Matemática

Problemas Semanales

Semana 11 - Junio 2020

Índice

1. Problemas Semanales	2
2. Primaria	3
2.1. Nivel IA	3
2.2. Nivel IB	3
2.3. Nivel IC	3
2.4. Nivel II	4
2.4.1. Sin fuente	4
2.5. Nivel III	4
2.5.1. Sin fuente	4
2.6. Nivel IV	4
2.6.1. Sin fuente	4
2.7. Nivel V	5
2.7.1. Sin fuente	5
3. Pistas	6
3.1. Pistas: Nivel IA	6
3.2. Pistas: Nivel IB	6
3.3. Pistas: Nivel IC	6
3.4. Pistas: Nivel II	6
3.5. Pistas: Nivel III	6
3.6. Pistas: Nivel IV	7
3.7. Pistas: Nivel V	7

1. Problemas Semanales

Los problemas del presente archivo buscan servir de guía para practicar y entrenar a los alumnos que estén comenzando su trayecto en la resolución de problemas matemáticos.

Los niveles de la Olimpiada Nacional de Matemática son los siguientes:

- 1) Nivel IA - 4° de escuela
- 2) Nivel IB - 5° de escuela
- 3) Nivel IC - 6° de escuela
- 4) Nivel II - 1° de liceo
- 5) Nivel III - 2° y 3° de liceo
- 6) Nivel IV - 4° y 5° de liceo
- 7) Nivel V - 6° año de liceo

Te sugerimos que antes de resolver el problema de tú nivel, trabajes con el problema del nivel anterior (lo cual te servirá como repaso) y luego de tener la solución de tú nivel aceptes el desafío de intentar trabajar con el problema del nivel siguiente.

2. Primaria

2.1. Nivel IA

Alejandro, Bruno y Claudio son hermanos.

La suma de las edades de Alejandro y Bruno es 23 años.

La suma de las edades de Alejandro y Claudio es 24 años.

La suma de las edades de Bruno y Claudio es 25 años.

¿Cuál es la mayor de los tres hermanos?

¿Cuál es la suma de las edades de los tres hermanos?

2.2. Nivel IB

Este año, 2020, se cumple que el producto de todas sus cifras es 0.

$$2 \times 0 \times 2 \times 0 = 0$$

¿Cuál será el año más cercano en que el producto de todas sus cifras no sea 0?

2.3. Nivel IC

El número $2020\triangle\nabla$ tiene 6 cifras.

¿De cuántas formas distintas podemos elegir las cifras \triangle y ∇ si queremos que el número $2020\triangle\nabla$ sea múltiplo de 30?

2.4. Nivel II

2.4.1. Sin fuente

Se considera el número

$$n = 123456789101112131415161718 \dots 20162017201820192020,$$

el cual se obtiene escribiendo en forma sucesiva y ordenada todos los números naturales desde 1 hasta 2020.

¿Es el número n múltiplo de 3?

2.5. Nivel III

2.5.1. Sin fuente

Sabiendo que

$$\frac{u}{b} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1978}. \quad (1)$$

demeustra que u es múltiplo de 1979.

2.6. Nivel IV

2.6.1. Sin fuente

Halla el valor de la siguiente expresión

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2019} + \sqrt{2020}} \quad (2)$$

2.7. Nivel V

2.7.1. Sin fuente

En un tablero cuadrado de 100×100 hay 99 casillas infectadas.

Si una casilla tiene dos o más lados comunes con casillas infectadas, ella también se infecta por contagio.

¿Es posible que en algún momento todas las casillas del tablero estén infectadas?

3. Pistas

3.1. Pistas: Nivel IA

Observa que en cada dato la suma aumenta una unidad.

¿Qué pasa si sumamos los tres datos?

3.2. Pistas: Nivel IB

¿Qué debe pasar para que el resultado de una multiplicación no sea 0?

3.3. Pistas: Nivel IC

Para que un número sea múltiplo de 30, debe ser múltiplo de 2 (debe terminar en cifra par), de 3 (la suma de todas sus cifras debe ser múltiplo de 3) y de 5 (debe terminar en 0 o en 5).

3.4. Pistas: Nivel II

Averigua cuantas veces se repite cada cifra en el número n . Recuerda que un número es múltiplo de 3 si la suma de todas sus cifras es múltiplo de 3.

3.5. Pistas: Nivel III

Reordena la suma agrupando el primer sumando con el último, el segundo con el penúltimo, el tercero con el antepenúltimo, y así sucesivamente. Calcula cada una de esas sumas parciales y observa los numeradores que obtienes.

3.6. Pistas: Nivel IV

Observa que sucede si multiplicas numerador y denominador de cada fracción por el *conjugado* del denominador (es decir, en el primer término multiplica por $\sqrt{2} - \sqrt{1}$, en el segundo por $\sqrt{3} - \sqrt{2}$, y así sucesivamente).

3.7. Pistas: Nivel V

No es posible. Analiza que sucede con el perímetro inicial de la figura formada por las casillas infectadas; luego, observa que sucede cada vez que se infecta una nueva casilla.