



Olimpiada Nacional de Matemática

Problemas Semanales

Semana 11 - Junio 2020

Índice

1. Problemas Semanales	2
2. Primaria	3
2.1. Nivel IA	3
2.2. Nivel IB	3
2.3. Nivel IC	4
3. Secundaria	5
3.1. Nivel II	5
3.1.1. Sin fuente	5
3.2. Nivel III	5
3.2.1. Sin fuente	5
3.3. Nivel IV	6
3.3.1. Sin fuente	6
3.4. Nivel V	6
3.4.1. Sin fuente	6
4. Pistas	7
4.1. Pistas: Nivel IA	7
4.2. Pistas: Nivel IB	7
4.3. Pistas: Nivel IC	7
4.4. Pistas: Nivel II	7
4.5. Pistas: Nivel III	7
4.6. Pistas: Nivel IV	8
4.7. Pistas: Nivel V	8

1. Problemas Semanales

Los problemas del presente archivo buscan servir de guía para practicar y entrenar a los alumnos que estén comenzando su trayecto en la resolución de problemas matemáticos.

Los niveles de la Olimpiada Nacional de Matemática son los siguientes:

- 1) Nivel IA - 4° de escuela
- 2) Nivel IB - 5° de escuela
- 3) Nivel IC - 6° de escuela
- 4) Nivel II - 1° de liceo
- 5) Nivel III - 2° y 3° de liceo
- 6) Nivel IV - 4° y 5° de liceo
- 7) Nivel V - 6° año de liceo

Te sugerimos que antes de resolver el problema de tú nivel, trabajes con el problema del nivel anterior (lo cual te servirá como repaso) y luego de tener la solución de tú nivel aceptes el desafío de intentar trabajar con el problema del nivel siguiente.

2. Primaria

2.1. Nivel IA

Ana y Beatriz fueron al almacén a comprar golosinas.

Ana compró un alfajor y 4 caramelos; gastó 23 pesos.

Beatriz compró 4 alfajores y un caramelo; gastó 62 pesos.

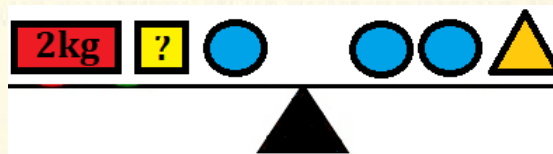
Carlos fue al mismo almacén y compró un alfajor y un caramelo.

¿Cuánto gastó Carlos?

2.2. Nivel IB

Luis hizo dos pesadas con la misma balanza.

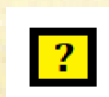
Pesada 1:



Pesada 2:

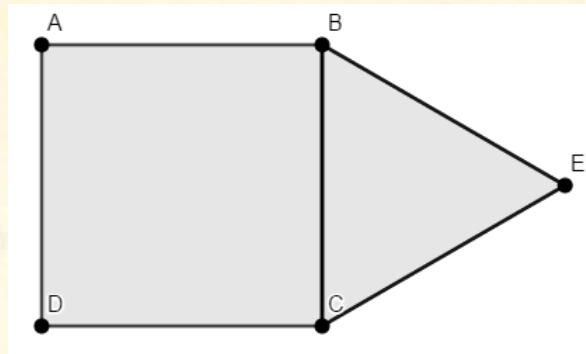


¿Cuál es el peso de elemento correspondiente a la siguiente figura?



2.3. Nivel IC

$ABCD$ es un cuadrado; BCE es un triángulo equilátero exterior al cuadrado.



¿Cuál es el valor del ángulo BAE ?

3. Secundaria

3.1. Nivel II

3.1.1. Sin fuente

Se considera el número

$$n = 123456789101112131415161718 \dots 20162017201820192020,$$

el cual se obtiene escribiendo en forma sucesiva y ordenada todos los números naturales desde 1 hasta 2020.

- a) ¿Cuántas cifras 7 tiene el número n ?
- b) ¿Cuántas cifras 2 tiene el número n ?
- c) ¿Cuántas cifras 0 tiene el número n ?

3.2. Nivel III

3.2.1. Sin fuente

Siete niñas y ocho niños están sentados en una fila con quince asientos.

- a) ¿De cuántas formas diferentes pueden sentarse?
- b) ¿De cuántas formas diferentes pueden sentarse si todos los niños se sientan juntos y todas las niñas se sientan juntas?
- c) ¿De cuántas formas diferentes pueden sentarse si no hay dos niños juntos y no hay dos niñas juntas?

3.3. Nivel IV

3.3.1. Sin fuente

¿Cuántos triángulos se pueden trazar de forma que tengan como vértices puntos que son vértices de un decágono regular?

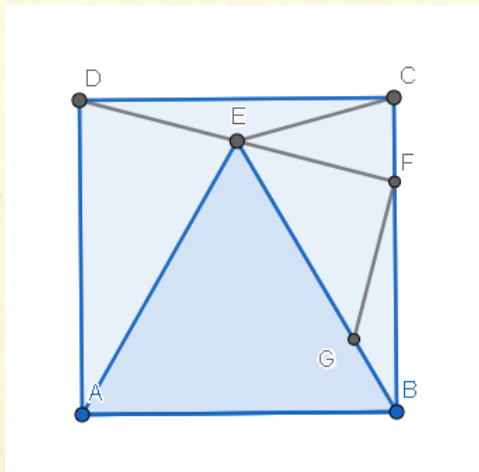
¿Cuántos triángulos equiláteros se pueden trazar que tengan al menos dos vértices que son vértices de un decágono regular?

3.4. Nivel V

3.4.1. Sin fuente

$ABCD$ es un cuadrado y E es un punto interior a él tal que el triángulo ABE es equilátero. Las rectas DE y BC se cortan en F ; G es el punto perteneciente al segmento EB para el cual GF es perpendicular a DF .

Probar que los segmentos FG y EC son iguales.



4. Pistas

4.1. Pistas: Nivel IA

Suma las compras y los gastos de Ana y Beatriz.

4.2. Pistas: Nivel IB

Observa la pesada 2 y utiliza ese dato en la pesada 1.

4.3. Pistas: Nivel IC

Recuerda que un triángulo equilátero todos los ángulos miden 60° . Observa que tipo de triángulo es el ABE .

4.4. Pistas: Nivel II

Puedes contar primero cuántas veces aparece la cifra 7 en los números de una cifra; luego, cuántas veces aparece la cifra 7 en los números de dos cifras; a continuación, cuántas veces aparece la cifra 7 en los números de tres cifras; por último, cuántas veces aparece la cifra 7 en los números de cuatro cifras menores o iguales que 2020. Haz lo mismo en los otros casos (pero con mayor cuidado).

4.5. Pistas: Nivel III

Recuerda que, de acuerdo al principio general de la multiplicación, si para un lugar tenemos m posibilidades y para otro lugar tenemos p posibilidades, entonces, para esos dos lugares, tenemos $m \times p$ posibilidades.

4.6. Pistas: Nivel IV

Analiza primero que sucede cuando uno de los lados de los triángulos que trazas coincide con uno de los lados del polígono; luego, que sucede cuando ese lado se saltea uno de los vértices; luego, que sucede cuando ese lado se saltea dos vértices; y así sucesivamente.

4.7. Pistas: Nivel V

Calcula los ángulos de los triángulos CEF y EFG .