



Olimpiada Nacional de Matemática

Problemas Semanales

Semana 10 - Junio 2020

Índice

1. Problemas Semanales	2
2. Primaria	3
2.1. Nivel IA	3
2.2. Nivel IB	3
2.3. Nivel IC	3
3. Secundaria	4
3.1. Nivel II	4
3.1.1. Sin fuente	4
3.2. Nivel III	4
3.2.1. Sin fuente	4
3.3. Nivel IV	5
3.3.1. Sin fuente	5
3.4. Nivel V	5
3.4.1. Sin fuente	5
4. Pistas	6
4.1. Pistas: Nivel IA	6
4.2. Pistas: Nivel IB	6
4.3. Pistas: Nivel IC	6
4.4. Pistas: Nivel II	6
4.5. Pistas: Nivel III	6
4.6. Pistas: Nivel IV	7
4.7. Pistas: Nivel V	7

1. Problemas Semanales

Los problemas del presente archivo buscan servir de guía para practicar y entrenar a los alumnos que estén comenzando su trayecto en la resolución de problemas matemáticos.

Los niveles de la Olimpiada Nacional de Matemática son los siguientes:

- 1) Nivel IA - 4° de escuela
- 2) Nivel IB - 5° de escuela
- 3) Nivel IC - 6° de escuela
- 4) Nivel II - 1° de liceo
- 5) Nivel III - 2° y 3° de liceo
- 6) Nivel IV - 4° y 5° de liceo
- 7) Nivel V - 6° año de liceo

Te sugerimos que antes de resolver el problema de tú nivel, trabajes con el problema del nivel anterior (lo cual te servirá como repaso) y luego de tener la solución de tú nivel aceptes el desafío de intentar trabajar con el problema del nivel siguiente.

2. Primaria

2.1. Nivel IA

En la lista $11; 111; 1111; 11111; \dots$ ¿cuál es el número que ocupa el lugar 100?

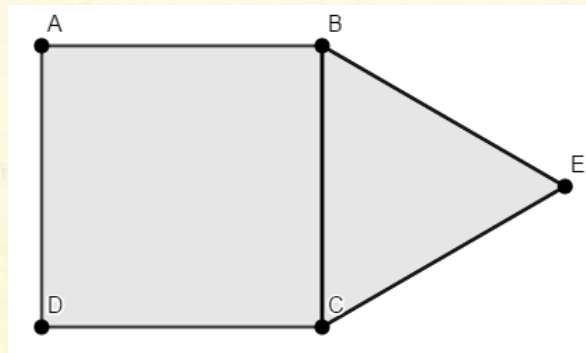
2.2. Nivel IB

En la lista $11; 1111; 111111; 11111111; \dots$ ¿el número que ocupa el lugar 2020, es múltiplo de 3?

2.3. Nivel IC

$ABCD$ es un cuadrado; BCE es un triángulo equilátero exterior al cuadrado.

¿Cuál es el área del triángulo BAE ?



3. Secundaria

3.1. Nivel II

3.1.1. Sin fuente

Se considera el número

$$n = 123456789101112131415161718 \dots 20162017201820192020,$$

el cual se obtiene escribiendo en forma sucesiva y ordenada todos los números naturales desde 1 hasta 2020.

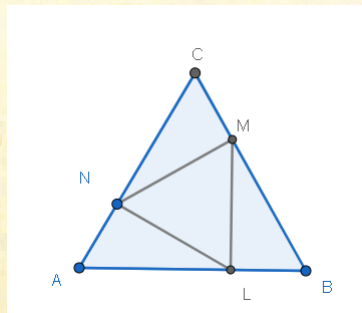
a) ¿Cuántas cifras tiene el número n ? b) ¿Qué cifra ocupa el lugar 2020 en el número n ?

3.2. Nivel III

3.2.1. Sin fuente

L , M y N son puntos pertenecientes a los lados de un triángulo equilátero ABC , tales que cada uno de los ángulos NMC , LNA y BLM son rectos. El área del triángulo ABC es 36cm^2 .

¿Cuál es el área del triángulo LMN ?

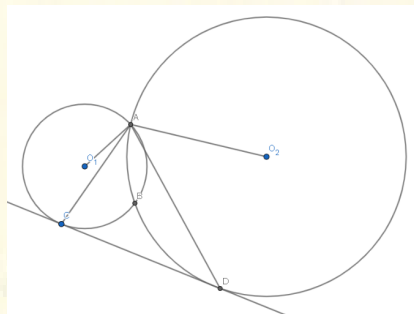


3.3. Nivel IV

3.3.1. Sin fuente

A y B son los puntos de intersección de las circunferencias C_1 (de centro O_1) y C_2 (de centro O_2). C y D son los puntos de contacto de la recta r , tangente común a ambas circunferencias más cercana al punto B , con las circunferencias C_1 y C_2 respectivamente.

Demuestra que el ángulo CAD es igual a la mitad del ángulo O_1AO_2 .



3.4. Nivel V

3.4.1. Sin fuente

Prueba que, dados 5 puntos cualesquiera en el interior de un triángulo equilátero de lado 1, hay por lo menos dos de ellos cuya distancia es menor o igual a $1/2$.

4. Pistas

4.1. Pistas: Nivel IA

Cuenta cuántas cifras 1 tiene cada número de la lista.

4.2. Pistas: Nivel IB

Recuerda que un número es múltiplo de 3 si la suma de todas sus cifras es múltiplo de 3.

4.3. Pistas: Nivel IC

Para calcular el área del triángulo ABE , considera el segmento AB como base.

4.4. Pistas: Nivel II

Observa que el número n está formado por algunos números de una cifra, otros de dos cifras, también hay de tres cifras y los últimos son de cuatro cifras.

4.5. Pistas: Nivel III

Recuerda que en cualquier triángulo rectángulo con un ángulo agudo de 60° , la medida del cateto menor es igual a la mitad de la medida de la hipotenusa.

4.6. Pistas: Nivel IV

Recuerda que en una circunferencia hay ángulos incriptos, ángulos seminscriptos, ángulos al centro, que pueden resultar útiles.

4.7. Pistas: Nivel V

La siguiente partición te resultará útil.

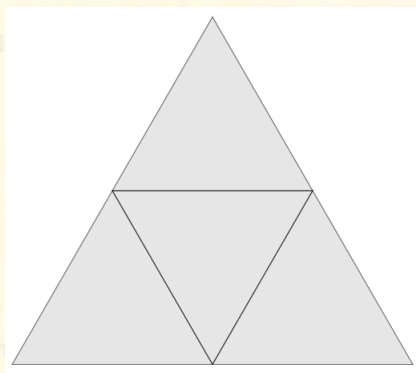


Figura 1: Pista Problema Nivel V