



Olimpiada Nacional de Matemática

Problemas Semanales

Semana 9 - Mayo 2020

Índice

1. Problemas Semanales	2
2. Primaria	3
2.1. Nivel IA	3
2.2. Nivel IB	3
2.3. Nivel IC	3
3. Secundaria	4
3.1. Nivel II	4
3.1.1. Sin fuente	4
3.2. Nivel III	5
3.2.1. Sin fuente	5
3.3. Nivel IV	5
3.3.1. Sin fuente	5
3.4. Nivel V	6
3.4.1. Sin fuente	6
4. Pistas	7
4.1. Pistas: Nivel IA	7
4.2. Pistas: Nivel IB	7
4.3. Pistas: Nivel IC	7
4.4. Pistas: Nivel II	7
4.5. Pistas: Nivel III	7
4.6. Pistas: Nivel IV	8
4.7. Pistas: Nivel V	8

1. Problemas Semanales

Los problemas del presente archivo buscan servir de guía para practicar y entrenar a los alumnos que estén comenzando su trayecto en la resolución de problemas matemáticos.

Los niveles de la Olimpiada Nacional de Matemática son los siguientes:

- 1) Nivel IA - 4° de escuela
- 2) Nivel IB - 5° de escuela
- 3) Nivel IC - 6° de escuela
- 4) Nivel II - 1° de liceo
- 5) Nivel III - 2° y 3° de liceo
- 6) Nivel IV - 4° y 5° de liceo
- 7) Nivel V - 6° año de liceo

Te sugerimos que antes de resolver el problema de tú nivel, trabajes con el problema del nivel anterior (lo cual te servirá como repaso) y luego de tener la solución de tú nivel aceptes el desafío de intentar trabajar con el problema del nivel siguiente.

2. Primaria

2.1. Nivel IA

Tomás Ulises y Vladimir son amigos.

Tomás es 20cm más alto que Ulises y 5cm más alto que Vladimir.

¿Cuál de los tres amigos es el más bajo?

¿Cuál es la diferencia de estatura entre Ulises y Vladimir?

2.2. Nivel IB

¿Cuál es la figura siguiente en esta secuencia?

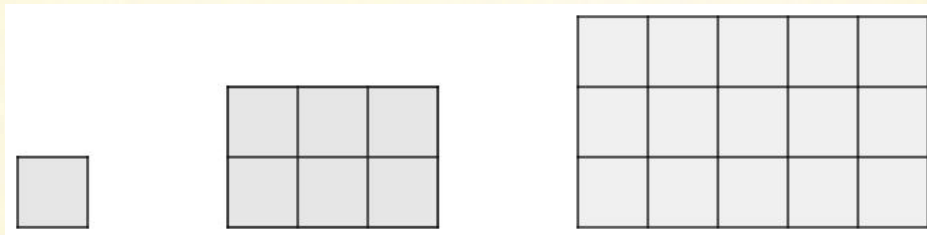


Figura 1: Problema Nivel IB

2.3. Nivel IC

Ana considera cada uno de los números 2 cifras y le resta la cifra de las unidades (por ejemplo, cuando considera el número 28, le resta 8 y obtiene como resultado 20).

Si Ana suma los 90 números calculados, ¿cuál es el resultado que obtiene?

3. Secundaria

3.1. Nivel II

3.1.1. Sin fuente

ABC es un triángulo en el cual los lados CA y CB son iguales.

BCD es un triángulo equilátero exterior a ABC .

Si el ángulo CAD mide 40° , ¿cuánto miden los ángulos del cuadrilátero $ABCD$?

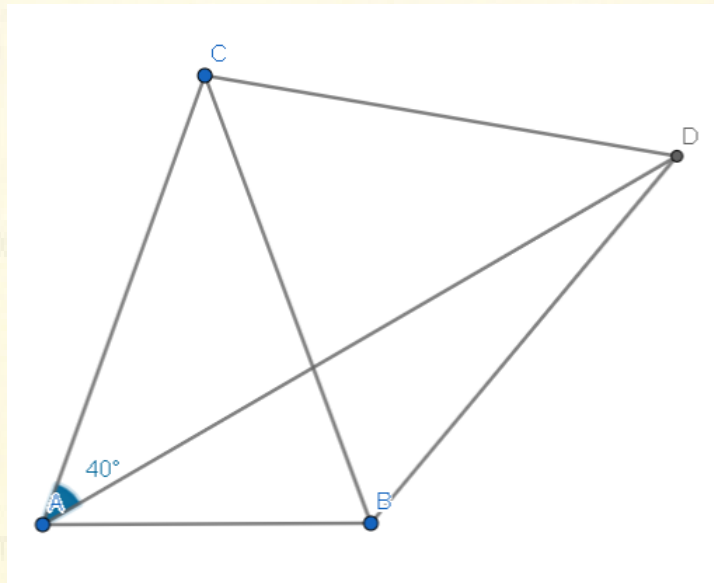


Figura 2: Problema Nivel II

3.2. Nivel III

3.2.1. Sin fuente

Ayer de tarde, Alejandro se entretuvo construyendo castillos de naipes como los de la figura.

Comenzó construyendo un castillo de un piso (utilizó 2 naipes); luego, hizo otro de dos pisos (utilizó 7 naipes); más tarde, construyó otro de tres pisos (utilizó 15 naipes); por último, hizo otro de cuatro pisos como el que se ve en la imagen.

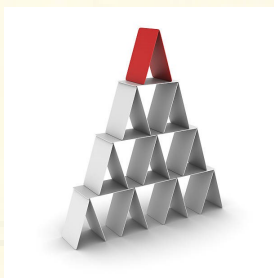


Figura 3: Problema Nivel III

En ese momento, a Alejandro se le ocurrió hacer un castillo de 2020 pisos.

¿Cuántos naipes necesitará Alejandro para realizar ese castillo?

3.3. Nivel IV

3.3.1. Sin fuente

$$\text{Sea } f(x) = \frac{2}{2-x}$$

a) Calcula $f^{2020}(1)$.

b) Halla una expresión para $f^n(x)$, con n entero positivo.

Nota: la notación $f^n(x)$ significa aplicar n veces la función f al valor x
(por ejemplo, $f^2(x) = f(f(x))$, ..., $f^5(x) = f(f(f(f(f(x))))$))

3.4. Nivel V

3.4.1. Sin fuente

Determina todos los polinomios $p(x)$ que verifican que $p(2x) = 2.p(x)$

4. Pistas

4.1. Pistas: Nivel IA

Seguramente, un dibujo de los tres amigos te ayudará.

4.2. Pistas: Nivel IB

Observa cómo van cambiando el alto y el ancho de las figuras.

4.3. Pistas: Nivel IC

Analiza que sucede con la cifra de las unidades, luego de hacer lo que pide el problema con cada número de dos cifras

4.4. Pistas: Nivel II

Recuerda que un triángulo equilátero tiene sus tres lados iguales y todos sus ángulos miden 60° .

También ten en cuenta que la suma de los tres ángulos de cualquier triángulo es 180° .

4.5. Pistas: Nivel III

Busca una forma de encontrar una regla que permita saber cuántas cartas se agregan cuando se pasa de un piso cualquiera al siguiente.

4.6. Pistas: Nivel IV

En el cálculo de $f^{2020}(1)$, ten en cuenta que la respuesta a un problema puede ser que no es posible hallar lo que se pide (pero debes justificarlo).

Para hallar $f^n(x)$, recuerda que muchas veces la clave es comenzar por los primeros valores de n .

4.7. Pistas: Nivel V

Analiza los polinomios según sus grados. ¿Qué sucede cuando el grado del polinomio es mayor o igual que 2?