



Olimpiada Nacional de Matemática

Problemas Semanales

Semana 5 - Mayo 2020

Índice

1. Problemas Semanales	2
2. Primaria	3
2.1. Nivel IA	3
2.2. Nivel IB	3
2.3. Nivel IC	4
3. Secundaria	5
3.1. Nivel II	5
3.1.1. Sin fuente	5
3.2. Nivel III	6
3.2.1. Sin fuente	6
3.3. Nivel IV	6
3.3.1. Sin fuente	6
3.4. Nivel V	7
3.4.1. Sin fuente	7
4. Pistas	8
4.1. Pistas: Nivel IA	8
4.2. Pistas: Nivel IB	8
4.3. Pistas: Nivel IC	8
4.4. Pistas: Nivel II	8
4.5. Pistas: Nivel III	8
4.6. Pistas: Nivel IV	9
4.7. Pistas: Nivel V	9

1. Problemas Semanales

Los problemas del presente archivo buscan servir de guía para practicar y entrenar a los alumnos que estén comenzando su trayecto en la resolución de problemas matemáticos.

Los niveles de la Olimpiada Nacional de Matemática son los siguientes:

- 1) Nivel IA - 4° de escuela
- 2) Nivel IB - 5° de escuela
- 3) Nivel IC - 6° de escuela
- 4) Nivel II - 1° de liceo
- 5) Nivel III - 2° y 3° de liceo
- 6) Nivel IV - 4° y 5° de liceo
- 7) Nivel V - 6° año de liceo

Te sugerimos que antes de resolver el problema de tú nivel, trabajes con el problema del nivel anterior (lo cual te servirá como repaso) y luego de tener la solución de tú nivel aceptes el desafío de intentar trabajar con el problema del nivel siguiente.

2. Primaria

2.1. Nivel IA

¿Cuántos números pares hay entre 1915 y 2019?

2.2. Nivel IB

Los números 2, 3, 4, 6, 7 se escriben en el cuadrilado de la figura de forma tal que la suma de los tres números escritos en la fila sea igual a la suma de los tres números escritos en la columna.

¿Puedes encontrar dos formas de lograrlo en las cuales el número escrito en la casilla del centro sea diferente?

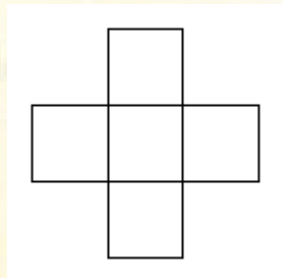


Figura 1: Problema Nivel IB

2.3. Nivel IC

En la figura vemos un cuadrado de área 49cm^2 y, dentro de él, un cuadrado de área 25cm^2 .

¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

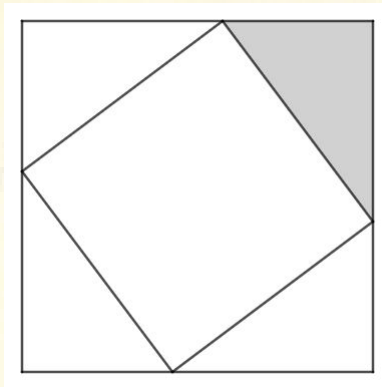


Figura 2: Problema Nivel IC

3. Secundaria

3.1. Nivel II

3.1.1. Sin fuente

Sea $ABCD$ un cuadrado y E y F puntos fuera del cuadrado tales que los triángulos AEB y BFC son equiláteros.

¿Cuál es la medida del ángulo EFD ?

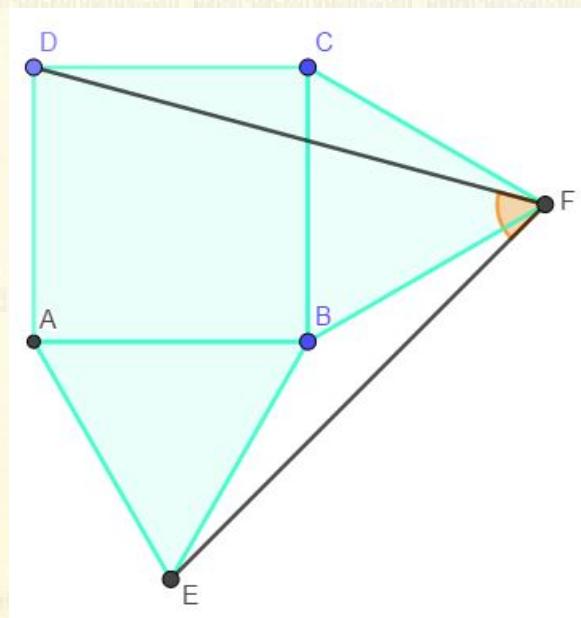


Figura 3: Problema Nivel IC

3.2. Nivel III

3.2.1. Sin fuente

Una hormiga camina por las líneas de una cuadrícula de 8×8 . Comienza a caminar desde la esquina superior izquierda de la cuadrícula y se desplaza hasta la esquina inferior derecha, de forma tal que siempre se mueve hacia abajo o hacia la derecha.

¿Cuántos caminos diferentes puede recorrer la hormiga?

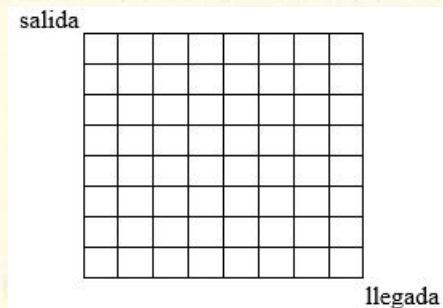


Figura 4: Problema Nivel IC

3.3. Nivel IV

3.3.1. Sin fuente

De una cuadrícula de 8×8 cuyas casillas son blancas y negras (como en un tablero de ajedrez) se quitan dos esquinas opuestas.

Cada ficha de dominó cubre exactamente 2 casillas.

¿Es posible recubrir lo que queda del tablero con 31 fichas de dominó?

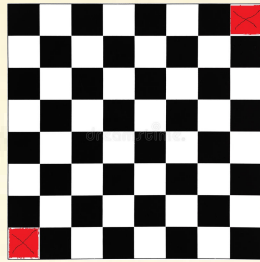


Figura 5: Problema Nivel IV

3.4. Nivel V

3.4.1. Sin fuente

Probar que, en cualquier triángulo, los puntos medios de cada uno de los lados, los pies de cada una de las alturas y los puntos medios de cada uno de los segmentos que tienen por extremos un vértice del triángulo y el ortocentro, pertenecen a una circunferencia cuyo centro es el punto medio del segmento que tiene por extremos el ortocentro y al circuncentro.

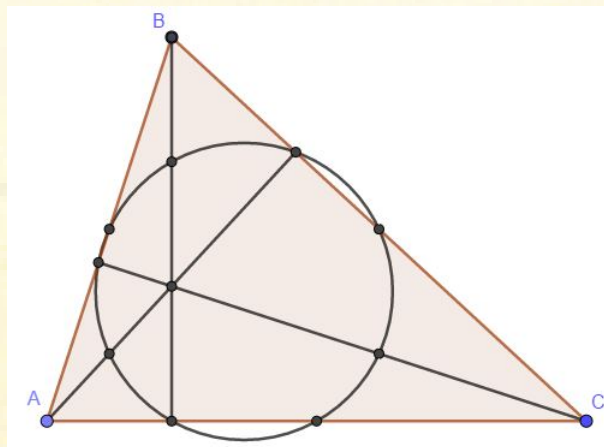


Figura 6: Problema Nivel V

4. Pistas

4.1. Pistas: Nivel IA

Piensa con cuidado:

- ¿cuántos números hay entre 1915 y 2019?
- entre ellos, ¿son más los pares o son más los impares?

4.2. Pistas: Nivel IB

Puedes usar ensayo y error. Pero antes fijate si en el casillero del centro puedes poner cualquiera de los números.

4.3. Pistas: Nivel IC

¿Cómo son los 4 triángulos que quedan formados?

4.4. Pistas: Nivel II

¿Qué tipo de triángulo es DCF ? Calcula la medida de sus ángulos.

¿Qué tipo de triángulo es EBF ? Calcula la medida de sus ángulos.

4.5. Pistas: Nivel III

Prueba primero con una cuadrícula de 2×2 , luego con una de 3×3 , sigue con una de 4×4 .

Analiza si puedes generalizar fácilmente el razonamiento.

4.6. Pistas: Nivel IV

Aprovecha los colores de la cuadrícula.

¿Qué sucede con los colores que cubre cada ficha de dominó? ¿Y con el color de las dos casillas que han sido quitadas?

4.7. Pistas: Nivel V

Utiliza los conceptos de paralela media y de lugar geométrico de Thales.

Si no lo puedes justificar, busca información sobre Circunferencia de los 9 puntos (también llamada Circunferencia de Feuerbach).