



# Olimpiada Nacional de Matemática

Problemas Semanales

Semana 5 - Mayo 2020

# Índice

<b>1. Problemas Semanales</b>	<b>2</b>
<b>2. Primaria</b>	<b>3</b>
2.1. Nivel IA . . . . .	3
2.2. Nivel IB . . . . .	3
2.3. Nivel IC . . . . .	4
<b>3. Secundaria</b>	<b>5</b>
3.1. Nivel II . . . . .	5
3.1.1. Sin fuente . . . . .	5
3.2. Nivel III . . . . .	5
3.2.1. Sin fuente . . . . .	5
3.3. Nivel IV . . . . .	6
3.3.1. Sin fuente . . . . .	6
3.4. Nivel V . . . . .	6
3.4.1. Sin fuente . . . . .	6
<b>4. Pistas</b>	<b>7</b>
4.1. Pistas: Nivel IA . . . . .	7
4.2. Pistas: Nivel IB . . . . .	7
4.3. Pistas: Nivel IC . . . . .	7
4.4. Pistas: Nivel II . . . . .	7
4.5. Pistas: Nivel III . . . . .	7
4.6. Pistas: Nivel IV . . . . .	8
4.7. Pistas: Nivel V . . . . .	8

# 1. Problemas Semanales

Los problemas del presente archivo buscan servir de guía para practicar y entrenar a los alumnos que estén comenzando su trayecto en la resolución de problemas matemáticos.

Los niveles de la Olimpiada Nacional de Matemática son los siguientes:

- 1) Nivel IA - 4° de escuela
- 2) Nivel IB - 5° de escuela
- 3) Nivel IC - 6° de escuela
- 4) Nivel II - 1° de liceo
- 5) Nivel III - 2° y 3° de liceo
- 6) Nivel IV - 4° y 5° de liceo
- 7) Nivel V - 6° año de liceo

Te sugerimos que antes de resolver el problema de tú nivel, trabajes con el problema del nivel anterior (lo cual te servirá como repaso) y luego de tener la solución de tú nivel aceptes el desafío de intentar trabajar con el problema del nivel siguiente.

## 2. Primaria

### 2.1. Nivel IA

¿Cuántos triángulos puedes encontrar en la siguiente figura?

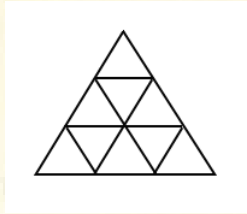


Figura 1: Triángulos

### 2.2. Nivel IB

En un club ciclista van a numerar a sus socios desde el 000 hasta el 999 (ambos incluidos), con la condición que en el número de un socio no puede aparecer el dígito 8.

¿Cuál es la mayor cantidad de socios que puede numerar el club?

### 2.3. Nivel IC

La figura que dibujó Daniela representa una casa.

En ella:

- $ABCD$  es un cuadrado de área  $100\text{cm}^2$
- $BEFC$  es un cuadrado
- $AGB$  es equilátero
- $HBE$  es equilátero

¿Cuál es el perímetro de la figura?

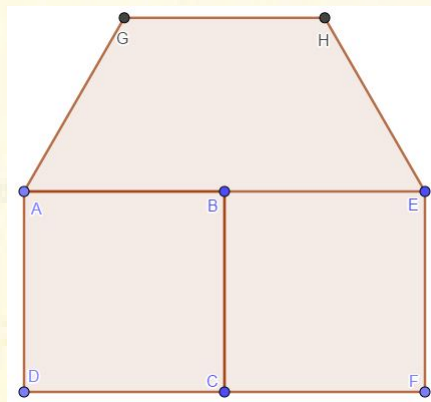


Figura 2: Problema Nivel IC

### 3. Secundaria

#### 3.1. Nivel II

##### 3.1.1. Sin fuente

¿Cuál es el resultado de la operación

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + \dots - 99 + 100? \quad (1)$$

¿Y el resultado de

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + \dots - 2019 + 2020? \quad (2)$$

#### 3.2. Nivel III

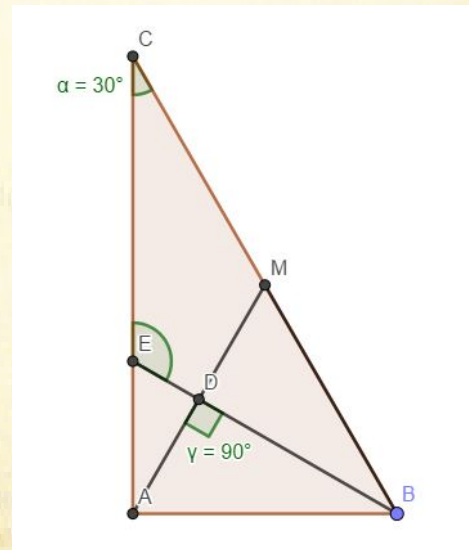
##### 3.2.1. Sin fuente

$ABC$  es un triángulo rectángulo en  $A$  y con el ángulo  $ACB = 30^\circ$ .

$M$  es un punto perteneciente al lado  $BC$  tal que los segmentos  $MA$  y  $MB$  son iguales.

$E$  es un punto perteneciente al lado  $AC$  tal que la recta  $BE$  es perpendicular a la recta  $AM$ .

¿Cuál es la medida del ángulo  $CEB$ ?



### **3.3. Nivel IV**

#### **3.3.1. Sin fuente**

Halla todos los valores enteros positivos de  $n$  para los cuales  $2020^n$  es un cuadrado perfecto.

### **3.4. Nivel V**

#### **3.4.1. Sin fuente**

Sobre una mesa hay tres puñados de fósforos; uno contiene 10 fósforos, otro contiene 15 fósforos y el restante contiene 20 fósforos.

Alicia y Bárbara juegan el siguiente juego:

- En cada turno uno de los dos jugadores elige uno de los puñados que hay sobre la mesa y lo divide en dos grupos más pequeños, sin importar la cantidad que haya en cada uno de ellos.
- Pierde el jugador que ya no puede dividir más.

¿Cuál de los jugadores tiene estrategia ganadora?

## 4. Pistas

### 4.1. Pistas: Nivel IA

Cuenta los que tienen lado de una unidad, lado de dos unidades y lado de tres unidades; luego sumalos.

### 4.2. Pistas: Nivel IB

Encuentra la cantidad de números menores a 1000 con un dígito 8, dos dígitos 8, tres dígitos 8 y restaselo a 1000.

### 4.3. Pistas: Nivel IC

Prueba que  $BGH$  es equilátero usando ángulos. Como hay muchos cuadrados y triángulos equiláteros, prueba que todos los lados de la figura son iguales al lado del cuadrado.

### 4.4. Pistas: Nivel II

Comienza analizando casos incluso más chicos que el primero y luego trata de generalizarlos.

### 4.5. Pistas: Nivel III

Trata de ir paso por paso calculando todos los ángulos que puedas. Por ejemplo, a partir de que el ángulo  $ACB$  mide  $30^\circ$  y que el ángulo  $BAC$  es recto, entonces el ángulo  $ABC$  mide  $60^\circ$ .

Sigue así con los otros datos que van apareciendo en el enunciado.



#### **4.6. Pistas: Nivel IV**

Halla la descomposición factorial de 2020; luego, investiga que propiedad tienen que cumplir los exponentes de los factores primos en la descomposición factorial para que el número sea un cuadrado perfecto.

#### **4.7. Pistas: Nivel V**

Analiza que es lo que sucede en la situación final cuando se acaba el juego y trata de buscar si alguno de los dos jugadores puede realizar una estrategia que deje siempre una invariante en el juego que llegue a esa situación.