Com-Partida de Matemática del Uruguay
Fundación Olimpíada Nacional de Matemática
Centro Latinoamericano de Matemática e Informática – CLAMI
Federación Iberoamericana de Competiciones Matemáticas

Final Nacional
XXXVII Olimpíada Nacional de Matemática – 2022
Nivel II

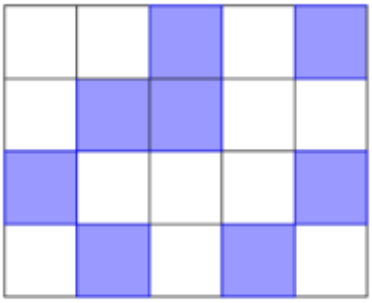
Tiempo máximo: 4 horas
No se puede usar calculadora
No se pueden consultar libros ni apuntes

Montevideo, 23 de octubre de 2022.-

Problema 1.-
Ana escribió en una hoja los números 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12 y 16.
Calculó el promedio de esos números y luego borró dos de ellos.
A continuación, calculó el promedio de los números restantes y obtuvo el mismo resultado.
¿Qué números borró Ana?

Problema 2.-
Sea ABC un triángulo tal que $AB > BC$.
Sea D un punto en el lado AB tal que $DB = CB$.
Sea F un punto en el lado AC tal que DF es perpendicular a AC.
Si $\angle CAB = 30^o$ y $\angle CBA = 70^o$, halla el ángulo $\angle FDC$.
Nota: el $\angle PQR$ es el ángulo de vértice Q, cuyos lados pasan uno por P y el otro por R.

Problema 3.-
Un detective recorrió todas las casillas de un tablero.
Arrancó de una casilla, que numeró 1, y fue pasando de casilla en casilla, numerándolas 2, 3, 4,…, hasta terminar en la última, que numeró 20.
El detective avanzó en vertical y en horizontal (nunca lo hizo en diagonal) y visitó cada casilla una sola vez.
Luego de terminar el recorrido, los números se borraron pero, curiosamente, quedaron sombreadas las casillas que numeró con números primos.
¿Puedes reconstruir el recorrido del detective a partir de las casillas sombreadas?



Problema 4.-
Un número es *suertudo* si, al sumar los cuadrados de sus cifras y repetir esta operación suficientes veces, podemos obtener el número 1.
Por ejemplo, 1900 es suertudo ya que: $1900 \rightarrow 1^2+9^2+0^2+0^2=82 \rightarrow 8^2+2^2=68 \rightarrow 6^2+8^2=100 \rightarrow 1^2+0^2+0^2=1$
Muestra que puedes encontrar infinitos números tales que dicho número y el siguiente son suertudos.

JUSTIFICA TODAS LAS RESPUESTAS

Colabora: UM Universidad de Montevideo Declarado de interés por: Ministerio de Desarrollo Social – Instituto Nacional de la Juventud

www.com-partidauruguay.weebly.com
e-mail: lacompartida@gmail.com
Facebook: Olimpíada Nacional de Matemática - Uruguay
Twitter: @olimpiadamat_uy